Semra Öztürk

ODTÜ

Bir B matrisi, $m>1$ bir tamsayı için, $A=B^m$, eşitliğini sağlıyorsa, A matrisinin m'inci köküdür. Matrislerin Jordan formlarının olduğu cisimler üzerinde çalıştığımızı varsayacağız. Matris kökleri bankacılıkta, şifreleme işlemlerinde, tıbbi görüntüleme yazılımlarında, veri analalizlerinde kullanılmaktadır. Köşegen matrislerin köklerinin varlığı köşegendeki sayıların köklerinin varlığıyla garantilenir. Tersinir matrisler için m'inci kökün varlığı bilinmektedir ancak tersinir olmayan matrisler için durum hayli karmaşıktır. Hiçbir kökü olmayan matrislere örnek olarak nxn nilpotent (bir pozitif tamsayı kuvveti sıfır olan matris) Jordan blok matrisi verilebilir. Tersi olmayan her matris, tersi olan bir matris ve nilpotent bir matrisin direk toplamı şeklinde yazılabilir bir Jordan forma sahiptir, ve bu matrisin kökünün varlığı Jordan formundaki nilpotent kısmın varlığına denktir. Nilpotent matrislerin kökünün varlığı içi birçok çalışmada çeşitli koşullar verilmiştir, biz de kendi koşullarımızı [2]'de olduğu gibi Jordan formdaki Jordan blok sayılarını esas alarak vereceğiz. Bu konuya ilgimiz [2]'de farkettiğimiz bir yanlışlıktır. Temel hareket noktamız $A=B^m$ nilpotent matrisinin Jordan formunu B'ninkinden özel bir M matrisiyle çarpılarak elde edilebileceğini farketmek olmuştur, yani Mb=a'dır , burada a, b, sırasıyla, A ve B 'nin Jordan formundaki blokların tekrarlanma sayılarından oluşan vektörlerdir. A'nın m'inci kökünün varlığı Mx=a denkleminin negatif-olamayan tamsayı çözümlerini bulmaya indirgenmiştir. Ayrıca belli özellikteki bilinen bir m'inci kökten başka kökler elde edilebilir.

Öte yandan A matrisinin bütün m'inci köklerinden oluşan kümenin topolojik olarak yol-bağlantılı olduğunu gösteren bir çalışma yapılmıştır [3], birinci ve daha yukarı dereceden homotopy gruplarının hesaplanması problemi ise açık soru olarak belirtilmiştir.

Kaynakça

[1] Semra Öztürk K., Restricted modules and conjectures for modules of constant Jordan type,

{Algebr. Represent. Theory}, {17} (2014), 1437--1455.

[2] Jens Schwaiger, More on rootless matrices, { Anz. Osterreich. Akad. Wiss. Math.-Natur. Kl.}, {141} (2005),3--8.

[3] Clement de Seguins Pazzis, The space of all p-th roots of a nilpotent complex matrix is path-connected, {Linear Algebra Appl.}, {596} (2020), 106--116.