

Solving Diophantine Equations via Modular Method

Yasemin Kara

Boğaziçi University, Faculty of Science, Department of Mathematics, Istanbul, Türkiye
yasemin.kara@bogazici.edu.tr

Understanding solutions of Diophantine equations over rationals or more generally over any number field is one of the main problems in number theory. Wiles's 1995 proof of Fermat's Last Theorem was not only a breakthrough in mathematics but also introduced the powerful "modular method", linking elliptic curves and modular forms. This approach has since been generalized and applied to solve many other Diophantine equations. In this talk, we will explain how the method works and mention some recent "asymptotic results" for Diophantine equations with coefficients A, B, C of type $Ax^p + By^q = Cz^r$ over number fields by assuming some standard modularity conjecture. Moreover, we will illustrate how the asymptotic bound can be computed explicitly for some specific number fields.

Keywords. Diophantine Equations, Modular Method, Galois Representations

Modüler Yöntemlerle Diophantine Denklemlerinin Çözümü

Yasemin Kara

Boğaziçi Üniversitesi, Fen Fakültesi, Matematik Bölümü, İstanbul, Türkiye
yasemin.kara@bogazici.edu.tr

Rasyonel sayılar veya genel olarak herhangi bir sayı cismi üzerinde Diophantine denklemlerinin çözümlerini anlamak sayı teorisindeki temel problemlerden biridir. Wiles'in 1995'te Fermat'ın Son Teoremi'ni ispatlaması, matematikte bir dönüm noktası olmakla kalmamış, aynı zamanda eliptik eğrileri ve modüler formları birbirine bağlayan "modüler yöntemi" de tanıtmıştır. Bu yaklaşım o zamandan beri geliştirilmiş ve birçok başka Diophantine denklemini çözmek için uygulanmıştır. Bu konuşmada, yöntemin nasıl çalıştığını açıklayacak ve bazı standart modülerlik varsayımlarını kabul ederek, sayı cisimleri üzerinde A, B, C katsayılarına sahip $Ax^p + By^q = Cz^r$ tipindeki Diophantine denklemleri için yeni "asimptotik sonuçlardan" bahsedeceğiz. Ayrıca, bazı özel sayı cisimleri için asimptotik sınırın nasıl açıkça hesaplanabileceğini göstereceğiz.

Anahtar Kelimeler. Diophantine Denklemleri, Modüler Yöntem, Galois Temsilleri