

Genelleştirilmiş Katalan Sayıları, Dizileri ve Budanmış Stack-Sortable

Permütasyonlar

$\frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$ ile tanımlı C_n , n inci Katalan sayısını göstermek üzere $(C_n)_{n \in \mathbb{N}}$ Katalan sayılarının bir dizisi birçok farklı durumlarda karşımıza çıkabilir. R. P. Stanley, "Enumerative Combinatorics, Volume 2" kitabında Katalan sayılarının 66 farklı kullanımını vermiştir. Bu farklı kullanımlardan aşağıdaki 3 tanesini vereceğim.

- (a) Katalan sayısı C_n , $(0, 0)$ noktasından (n, n) noktasına bir birim sağa ve bir birim yukarıya doğru hiçbir zaman $y = x$ doğrusunun üzerine çıkmayan adımlarla oluşturulan yolların sayısıdır. Literatürde bu yollara *Dyck* yolları da denilmektedir.
- (b) Katalan sayısı C_n , $2n$ terimli $s = (s_1, s_2, \dots, s_{2n})$ sonlu dizisilerinin sayısıdır. Dizinin terimlerinin yarısı 0 ve geri kalanları 1 olarak oluşur. 0 lar bir birim yukarı ve 1 ler bir birim sağa hareketleri göstermektedir.
- (c) Katalan sayısı C_n stack-sortable permütasyonların (231-olmayan permütasyonların) sayısıdır.

(a), (b) ve (c) de verilen Katalan sayılarının kullanımını genelleştirerek genelleştirilmiş Katalan sayıları, bunlara karşılık gelen dizileri ve budanmış stack-sortable permütasyonları kurabiliriz.

Bu genellemeler bize çoklu doğrusal polinomların belirli alt uzaylarının boyutları tanımlamamıza yardımcı olur. Bu alt uzayların boyutlarını belirlemek de dış cebirlerdeki temel ideallerin sıfırlayıcılarını araştırmak için önemlidir.